MATEMATICA DISCRETA 2

CORSO DI LAUREA IN INFORMATICA
A.A.: 2014/15
21 LUGLIO 2015

Totale	1	2	3	4	5

Innanzitutto si compilino i campi sottostanti

Cognome

Nome

Numero di Matricola

Poi si svolgano su foglio protocollo i seguenti esercizi e si risponda alla domanda di teoria. Ogni risposta deve essere adeguatamente motivata. Si terrà conto non solo della correttezza dei risultati, ma anche della completezza e chiarezza delle spiegazioni. Non sono consentite attrezzature elettroniche di alcun tipo, incluse le calcolatrici tascabili e i telefoni cellulari, né libri, né appunti. Si consegni solo la bella copia, inserendo questo foglio all'interno.

Esercizio 1. *Si dimostri per induzione su $n \in \mathbb{N}$ la seguente proprietà :*

$$\sum_{k=1}^{n} \frac{4k^2+2k-1}{(2k+1)!} = 1 - \frac{1}{(2n+1)!} \qquad \forall n \geq 1$$

Esercizio 2. *Determinare tutte le soluzioni (se esistono) del seguente sistema di congruenze:*

$$\begin{cases} x \equiv -7 \quad mod\ 21 \\ x \equiv 41 \quad mod\ 81 \end{cases}$$

$[203]_{567}$

Si determini, motivando la risposta, se esiste una soluzione divisibile per 14. [*SI*]

Esercizio 3. *Sia $A = \mathbb{Z}/8\mathbb{Z}$ linsieme degli interi modulo* 8*, sia $B = (\mathbb{Z}/8\mathbb{Z})^*$ il sottoinsieme di A degli interi modulo* 8 *invertibili e sia $C := \{[1]_8, [2]_8\}$. Si calcolino le cardinalità dei seguenti insiemi:*

$X := A \times (C \setminus B)$, [8]

$Y := \{f \in A^C \mid f$ *é iniettiva*$\}$, [56]

$Z := \{f \in A^A \mid f$ *é bigettiva*$, f(B) \subset B\}$. [576]

Esercizio 4. *Si dica, motivando la risposta, quale dei seguenti vettori*

$$d_1 = (1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 3, 3, 3, 3, 4) \quad d_2 = (2, 2, 3, 3, 4, 5, 6, 6, 6, 7, 7)$$

è lo score di un grafo e, in caso lo sia, si costruisca un tale grafo applicando il teorema dello score. $[d_1 : SI; d_2 : NO]$

Si dica inoltre se

i) esiste un tale grafo che sia anche un albero; $[SI]$

ii) esiste un tale grafo che sia sconnesso; $[SI]$

iii) esiste un tale grafo che sia Hamiltoniano. $[NO]$

Esercizio 5 (Domanda di teoria). *Si enunci e dimostri il teorema che determina le soluzioni di ogni congruenza lineare della forma* $ax \equiv b \bmod n$.